

Mathematik-Voraussetzungen

Thomas Borer, Professor für Mathematik und Physik
Gitta Reinprecht, Professorin für Mathematik

Für das Modul **Mathematik** im Bachelor-Studiengang **Tourismus** der FH Graubünden werden die folgenden Vorkenntnisse und Fähigkeiten vorausgesetzt:

Terme

- die Grundrechenarten kennen und ausführen können.
- Terme algebraisch umformen und vereinfachen können.
- Terme ausmultiplizieren und faktorisieren können.
- die binomischen Formeln kennen und anwenden können.
- Brüche kürzen und erweitern können.
- Bruchterme algebraisch umformen und vereinfachen können.
- die Potenzgesetze kennen und für Potenzen mit ganzzahligen Exponenten anwenden können.
- den Definitionsbereich eines Terms bestimmen können.

Gleichungen

- eine lineare Gleichung mit einer Unbekannten lösen können.

Funktionen

- aus der Funktionsgleichung einer einfachen Funktion Funktionswerte berechnen können.
- den Grafen als Darstellung einer Funktion kennen und verstehen.
- aus dem Grafen einer einfachen Funktion Funktionswerte und spezielle Punkte des Grafen herauslesen können.
- wissen und verstehen, was eine lineare Funktion ist.
- den Grafen einer linearen Funktion kennen und verstehen.
- einfachere Problemstellungen rund um den Grafen einer linearen Funktion bearbeiten können.

Konkret wird erwartet, dass die folgenden Aufgaben **ohne Hilfsmittel** (Rechner, Formelsammlung, usw.) gelöst werden können:

Aufgaben

Terme

1. Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke:

a) $2 + 3 \cdot 4$

b) 3^{-2}

c) -2^4

d) $\sqrt{16}$

2. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

a) $7x - 5z + 10y + 3y + 8z - 4x$

b) $(32m + 13q) - (14m + 7q)$

c) $(15a - 2b) - [7a - (2a + b)]$

d) $5a^2b \cdot 4ab \cdot 3a^2b$

e) $(x^3 - x^2y + xy^2 - y^3)(x + y)$

3. Multiplizieren Sie die folgenden Ausdrücke aus:

- | | |
|---------------------|-----------------------------|
| a) $(p + q)^2$ | b) $(2x + 3y)^2$ |
| c) $(x - y)^2$ | d) $(2a - 3ax)^2$ |
| e) $(a + 2)(a - 2)$ | f) $(5xy + 3xz)(5xy - 3xz)$ |

4. Faktorisieren Sie die folgenden Ausdrücke:

- | | |
|---------------------------|---------------------------------|
| a) $5a^2 - 10a^3 - 25a^4$ | b) $3a(x - a)^2 + 12a^2(x - a)$ |
|---------------------------|---------------------------------|

5. Vereinfachen Sie die folgenden Brüche durch Kürzen:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| a) $\frac{14a}{18ab}$ | b) $\frac{ab}{a^2b^2c}$ |
| c) $\frac{8ab}{4a^2 - 4ab}$ | d) $\frac{p^2 + p}{p^2 - 1}$ |
| e) $\frac{x - y}{y - x}$ | |

6. Bringen Sie die folgenden Brüche auf den Nenner $10a^2b^2x$:

- | | |
|-----------------------|--------------------|
| a) $\frac{4y}{2a^2x}$ | b) $\frac{5}{2ax}$ |
|-----------------------|--------------------|

7. Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke als einen einzigen Bruch:

- | | |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| a) $\frac{9x}{5} - \frac{6x}{5}$ | b) $\frac{7x - 3y}{a} - \frac{2x + 5y}{a}$ |
| c) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3}$ | d) $\frac{a}{b} - \frac{c}{ab}$ |
| e) $\frac{a}{a - b} - \frac{b}{a^2 - b^2}$ | f) $\frac{t + 7}{3t - 6} - \frac{t + 4}{t^2 - 2t}$ |

8. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

- | | |
|--------------------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $6 \cdot \frac{5}{12}$ | b) $\frac{3}{4a} \cdot \frac{2}{9b}$ |
| c) $\frac{d - 1}{18d} \cdot \frac{12d^2}{1 - d}$ | d) $\frac{12pqr}{2pr}$ |
| e) $\frac{16ab + 12aq}{4a}$ | f) $\frac{30a^4b^3c^2}{5a^2bc}$ |
| g) $\frac{-2x^2 - 4x}{-2x}$ | h) $\frac{ax}{\frac{c}{a}}$ |
| i) $\frac{\frac{a}{b^2}}{\frac{a^2}{b}}$ | j) $\frac{\frac{x}{1}}{\frac{1}{y}}$ |
| k) $\frac{r^2 + \frac{1}{r}}{r + \frac{1}{r^2}}$ | |

9. Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke und schreiben Sie die Ergebnisse ohne Brüche:

a) $\frac{(a^2 b^3 a^4)^5}{(b^2 a^3 b^5)^2}$

b) $\left(\frac{a^{-1} b^2}{a^{-3} b^4}\right)^{-5}$

10. Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x , für welche die folgenden Ausdrücke **nicht** definiert sind:

a) $x^2 - 7$

b) $\frac{1}{x+2}$

c) $\sqrt{x+3}$

d) $\frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$

Gleichungen

11. Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach der Unbekannten x (ohne Diskussion von Spezialfällen):

a) $22(x - 11) - 5(x - 40) = 110 - (x + 53)$

b) $2a + cx = c - x$

c) $\frac{45}{2x-9} - 2 = -\frac{27}{9-2x}$

d) $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x-2} = 0$

Funktionen

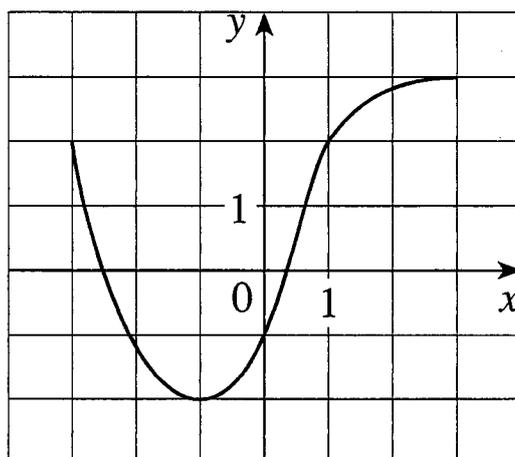
12. Gegeben ist die Funktionsgleichung der Funktion f :

$$y = f(x) = 3x - 4$$

a) Bestimmen Sie $f(0)$ und $f(-4)$.

b) Bestimmen Sie alle x , für welche $f(x) = 0$ gilt.

13. Gegeben ist der Graf einer Funktion f :



a) Bestimmen Sie $f(-1)$.

b) Schätzen Sie $f(2)$ ab.

- c) Bestimmen Sie alle Werte für x , für welche $f(x) = 2$ gilt.
- d) Schätzen Sie alle Werte für x ab, für welche $f(x) = 0$ gilt.

14. Der Graf einer linearen Funktion enthält die beiden Punkte $P(-2|5)$ und $Q(2|-4)$.

- a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Funktion.
- b) Bestimmen Sie den Schnittpunkt des Grafen mit der y -Achse.
- c) Bestimmen Sie den Schnittpunkt des Grafen mit der x -Achse.

Lösungen

Terme

- | | | | | |
|----|----|----------------------------------|----|----------------------------|
| 1. | a) | 14 | b) | $\frac{1}{9}$ |
| | c) | -16 | d) | 4 |
| 2. | a) | $3x + 13y + 3z$ | b) | $18m + 6q$ |
| | c) | $10a - b$ | d) | $60a^5b^3$ |
| | e) | $x^4 - y^4$ | | |
| 3. | a) | $p^2 + 2pq + q^2$ | b) | $4x^2 + 12xy + 9y^2$ |
| | c) | $x^2 - 2xy + y^2$ | d) | $4a^2 - 12a^2x + 9a^2x^2$ |
| | e) | $a^2 - 4$ | f) | $25x^2y^2 - 9x^2z^2$ |
| 4. | a) | $5a^2(1 - 2a - 5a^2)$ | b) | $3a(x - a)(x + 3a)$ |
| 5. | a) | $\frac{7}{9b}$ | b) | $\frac{1}{abc}$ |
| | c) | $\frac{2b}{a - b}$ | d) | $\frac{p}{p - 1}$ |
| | e) | -1 | | |
| 6. | a) | $\frac{20b^2y}{10a^2b^2x}$ | b) | $\frac{25ab^2}{10a^2b^2x}$ |
| 7. | a) | $\frac{3x}{5}$ | b) | $\frac{5x - 8y}{a}$ |
| | c) | $\frac{5x}{6}$ | d) | $\frac{a^2 - c}{ab}$ |
| | e) | $\frac{a^2 + ab - b}{a^2 - b^2}$ | f) | $\frac{t + 6}{3t}$ |

8. a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{1}{6ab}$
 c) $-\frac{2d}{3}$ d) $6q$
 e) $4b + 3q$ f) $6a^2b^2c$
 g) $x + 2$ h) $\frac{x}{c}$
 i) $\frac{1}{ab}$ j) xy
 k) r
9. a) $a^{24}b$ b) $a^{-10}b^{10}$
10. a) Der Ausdruck ist für alle reellen Zahlen x definiert.
 b) $x = -2$
 c) $x < -3$
 d) $-2 \leq x \leq 2$

Gleichungen

11. a) $x = \frac{11}{2}$
 b) $x = \frac{c-2a}{1+c}$
 c) $x = 9$
 d) Die Gleichung hat keine Lösung.

Funktionen

12. a) $f(0) = -4$
 $f(-4) = -16$
 b) $x = \frac{4}{3}$
13. a) $f(-1) = -2$
 b) $f(2) \approx 2.8$
 c) $x_1 = -3$
 $x_2 = 1$
 d) $x_1 \approx -2.5$
 $x_2 \approx 0$

14. a) $y = f(x) = -\frac{9}{4}x + \frac{1}{2}$
b) $S_y\left(0 \mid \frac{1}{2}\right)$
c) $S_x\left(\frac{2}{9} \mid 0\right)$